

Objectifs :

- Découvrir la fonction carré et ses premières propriétés.

I La fonction carré

1. Etude de la fonction carré :

a) Définition : la fonction carré est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$. A tout nombre réel x , on associe le carré de x .

b) Variations :

- La fonction carré est une fonction strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$.
- La fonction carré est une fonction strictement décroissante sur $] -\infty ; 0]$.

c) Tableau de variations :

On obtient alors le tableau de variations :

Le minimum de la fonction carrée est 0 atteint pour $x = 0$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
sens de f	$+\infty$	0	$+\infty$

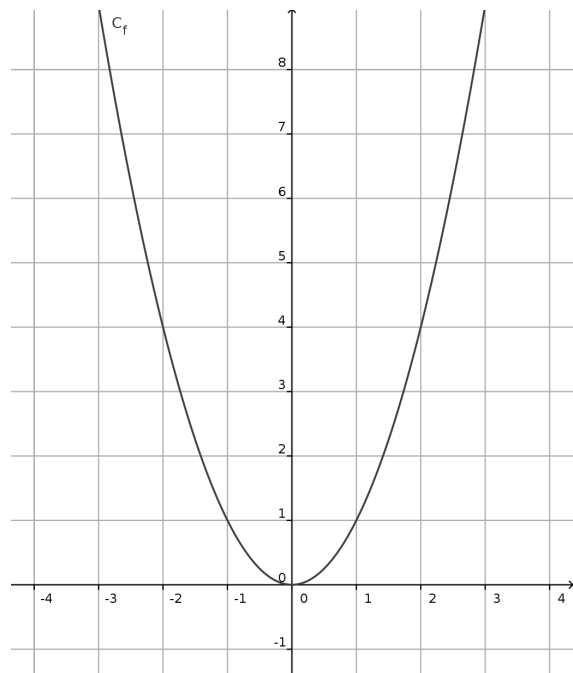
d) Représentation graphique :

La courbe représentative de la fonction carré s'appelle une parabole.

L'origine du repère, le point O est le sommet de la parabole.

On remarque que cette courbe admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie ;
en effet :

Soit x un nombre réel, on a alors $(-x)^2 = x^2$; donc les points $M(x ; x^2)$ et $M'(-x ; (-x)^2)$ ont la même ordonnée et sont donc symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.



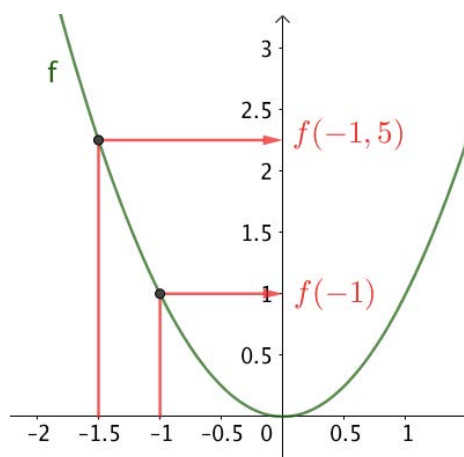
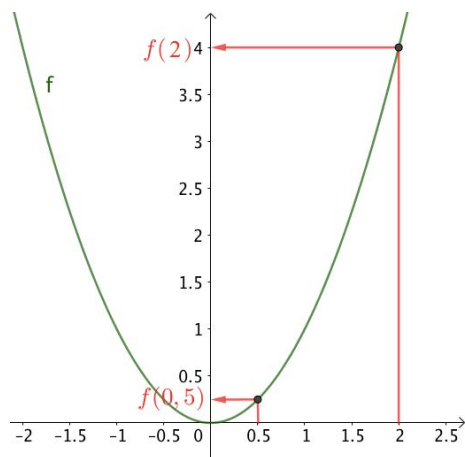
2. Comparer des carrés :

a) Propriété : cette propriété se déduit du tableau de variations de la fonction carrée :



si $0 \leq a \leq b$, alors $a^2 \leq b^2$;
si $a \leq b \leq 0$, alors $a^2 \geq b^2$.

- Les carrés de deux nombres positifs sont rangés dans le même ordre que ces deux nombres.
- Les carrés de deux nombres négatifs sont rangés dans l'ordre inverse de ces deux nombres.



b) Résolution d'inéquations : Il s'agit de résoudre des inéquations de la forme $x^2 < a$ (ou $x^2 > a$, $x^2 \leq a$, $x^2 \geq a$) où a est un réel donné.
Exemples :



- résoudre l'inéquation $x^2 \leq 4$. D'après le graphique ou le tableau de variations, la solution est l'intervalle $S = [-2 ; 2]$.
- résoudre l'inéquation $x^2 \geq 7$. D'après le graphique ou le tableau de variations, la solution est la réunion d'intervalles : $S =]-\infty ; -\sqrt{7}] \cup [\sqrt{7} ; +\infty[$.

c) Encadrement de nombres : on cherche à encadrer une expression de x faisant intervenir des carrés à l'aide d'un encadrement de x .

Exemples : Soit $1 < x < 3$; trouver un encadrement de $2x^2 - 1$:

Encadrer $2x^2 - 3$ sachant que $-3 \leq x \leq -2$:

● Exercices conseillés :

Ex 20 page 131 - comparer et encadrer des carrés.
Ex 16 et 25 page 131 - résoudre graphiquement des inéquations.
Ex 14 page + n° 5 page 140 - résoudre des problèmes.

● Exercices recommandés :

Exercices de la fiche «Exercices supplémentaires fonctions carrés» depuis <http://urbanmathproject.free.fr/documents.php>

● Vidéos recommandées : https://www.youtube.com/watch?v=Xv_mdK9kaCA + <https://www.youtube.com/watch?v=ef15aeQRs6w>